

Examen final d'Automatique

ISIMA 1ère année

Epreuve de R. AUFRERE, M. CHEMINAT et C. TILMANT

Mardi 19 juin 2012

Première session d'examen (Durée : 2h)

Calculatrice et feuille A4 manuscrite recto-verso autorisées

Sujet : 5 pages. La dernière page est obligatoirement à rendre avec votre copie.

Exercice : (5 points)

1) Afin d'identifier la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$ d'un système, un essai indiciel est réalisé avec un échelon unitaire en entrée. A l'aide de la figure 1, proposer une fonction de transfert $T(p)$ de type second ordre (paramètres K , m , ω_n).

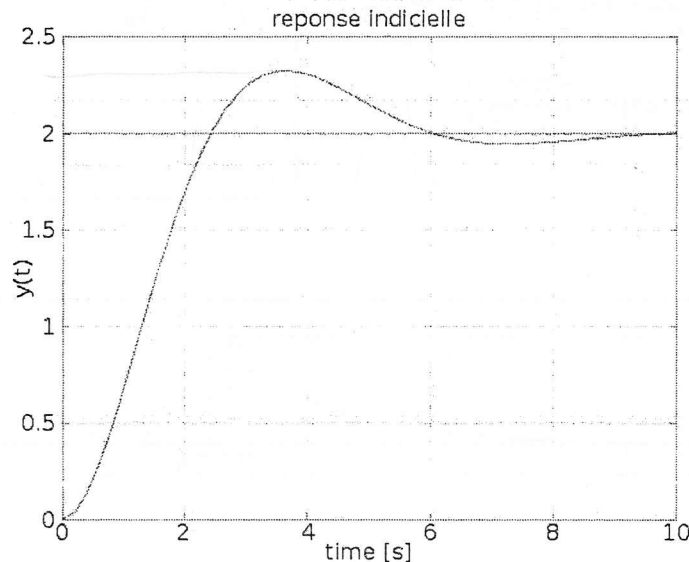


FIGURE 1 – Réponse indicielle du système en boucle ouverte.

2) Peut-on utiliser la méthode de Strejc pour réaliser une modélisation de ce système? Justifier votre réponse.

3) Donner la définition et déterminer la valeur du temps de réponse à 5%.

4) Ce système est mis en boucle fermée à retour unitaire. Donner la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$ et la mettre sous une forme normalisée.

5) Dessiner l'allure de la réponse à un échelon unitaire du système en boucle fermée.

Rappel : $D_{1\%} = 100 \exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$ et $\omega_p = \omega_n \sqrt{1-m^2}$

Problème : Contrôle de la densité d'un mélange eau-alcool¹ (15 points)

De nombreuses parties peuvent être traitées de façon indépendante.

1 Modélisation

L'eau et l'alcool arrivent séparément sur un mélangeur. Le débit d'alcool est réglé par un robinet dont l'ouverture et la fermeture sont commandées par un moteur à courant continu. La tension d'entrée de ce moteur est fournie par un amplificateur de puissance A d'entrée $u(t)$.

Le mélange eau/alcool de proportion variable (1 dose d'alcool pour 5 doses d'eau par exemple) est envoyé avec un débit constant D dans un réservoir dans lequel se trouve un flotteur. La position verticale de ce flotteur est mesurée par un potentiomètre. Le potentiel du curseur du potentiomètre délivre une tension électrique $y(t)$ proportionnelle à la position du flotteur et à la densité du mélange contenu dans le réservoir. Le liquide quitte ensuite le réservoir pour être utilisé avec modération.

Un schéma de principe est proposé sur la figure 2.

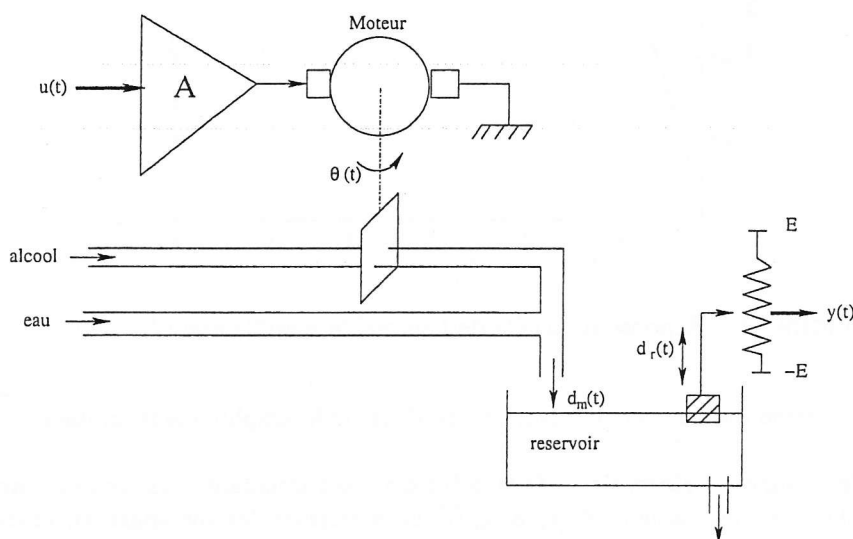


FIGURE 2 – Schéma de principe du processus

Le cahier des charges est le suivant pour une consigne en échelon : dépassement nul, constante de temps de 3s, erreurs statiques d'ordre 1 et 2 nulles et un gain statique unitaire. Dans tout le problème, les conditions initiales sont nulles.

Si $\Omega(t)$ est la vitesse angulaire du moteur et $\theta(t)$ sa position angulaire, le taux de fermeture du robinet caractérisé par le signal $x(t)$ est proportionnel à $\theta(t)$. La densité du mélange $d_m(t)$ est proportionnelle à $x(t)$. La mesure $y(t)$ de la densité $d_r(t)$ dans le réservoir est proportionnelle à celle-ci.

Une ébauche du schéma fonctionnel du procédé en boucle ouverte est donnée sur la figure 3 avec :

$$U(p) = \mathcal{L}(u(t)), \Omega(p) = \mathcal{L}(\Omega(t)), \theta(p) = \mathcal{L}(\theta(t)), X(p) = \mathcal{L}(x(t))$$

$$D_m(p) = \mathcal{L}(d_m(t)), D_r(p) = \mathcal{L}(d_r(t)), Y(p) = \mathcal{L}(y(t))$$

sachant que $\mathcal{L}$ caractérise l'opérateur de la transformée de Laplace.

1. Sujet librement inspiré de "Régulation Industrielle : problèmes résolus", M. Ksouri et P. Borne, éditions Technip., 1997

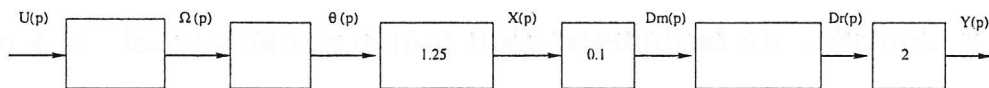


FIGURE 3 – Diagramme fonctionnel du processus en boucle ouverte

La figure 4 représente la réponse en vitesse $\Omega(t)$ de l'ensemble amplificateur/moteur à un échelon de commande $u(t)$.

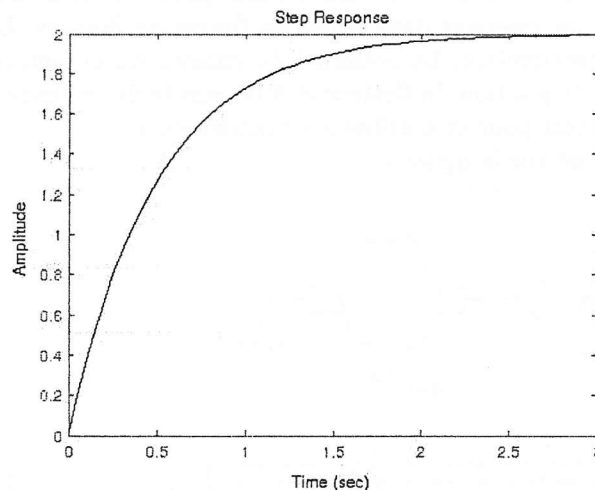


FIGURE 4 – Réponse indicielle de l'ensemble amplificateur/moteur

- 1) Proposer une fonction de transfert équivalente de l'ensemble amplificateur/moteur.

Si V représente le volume du réservoir et D le débit constant circulant dans celui-ci (avec $V/D = 10$), l'équation différentielle liant les signaux $d_r(t)$ à $d_m(t)$ caractérisant les mélanges en entrée et sortie du réservoir est :

$$Dd_m(t) = Vd_r'(t) + Dd_r(t)$$

où $d_r'(t)$ caractérise la dérivée première du signal $d_r(t)$.

- 2) Traduire cette équation dans le domaine de Laplace.
- 3) Reproduire sur votre copie et compléter le schéma fonctionnel de la figure 3.

2 Fonction de transfert

- 4) Etablir la fonction de transfert en boucle ouverte de ce processus $T(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$ et la mettre sous la forme $T(p) = \frac{0.1}{p(p+0.1)(p+2)}$.

- 5) Est-ce que ce système est stable en boucle ouverte ? Justifier votre réponse.
- 6) Quels sont l'ordre, la nature et la valeur des pôles et des zéros de ce système en boucle ouverte ?

7) Donner l'expression de la réponse harmonique, du module et de l'argument de $T(p)$.

Le tableau figure 5 donne les valeurs du module et de l'argument de $T(j\omega)$ pour plusieurs valeurs de ω .

$\omega(rad/s)$	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1	1.5
$ T(j\omega) (db)$	19	11	0.9		-10.5	-14.4	-17.6	-22.9		-35
$\varphi(T(j\omega))(\circ)$	-118	-138	-159		-177	-183	-187	-195		-213

FIGURE 5 – Valeurs du module et de l'argument de $T(j\omega)$ en fonction de ω

8) Donner sur votre copie les valeurs manquantes du tableau de la figure 5.

9) Tracer, sur la page 5 du sujet (figure 6), le diagramme de Black correspondant à ce système.

10) Indiquer les marges de gain M_g et de phase M_φ sur le diagramme de Black et donner leurs valeurs.

11) Proposer le diagramme fonctionnel du système en boucle fermée.

12) Le système est-il stable en boucle fermée? Justifier votre réponse.

13) Quelle est la valeur de la pulsation de résonance ω_r et la valeur du gain, en dB , à la résonance (ou coefficient de surtension)?

14) A partir de l'abaque de Black (lecture graphique), déterminer les valeurs du gain en dB et de la phase en degrés de la fonction de transfert en boucle fermée pour la pulsation $\omega = 0.1 rad/s$.

15) Quelle est la classe du système en boucle ouverte? En déduire les valeurs des erreurs statiques d'ordre 1 et 2 en boucle fermée?

3 Mise en place d'un correcteur

Afin d'améliorer les performances du système, un correcteur $C(p)$ est inséré dans la chaîne d'action.

16) Quel type de correcteur, le plus simple possible, faudrait il utiliser pour obtenir une marge de phase de 40° ? Justifier votre réponse et donner une valeur numérique du ou des paramètres de ce correcteur.

17) Quel type de correcteur, le plus simple possible, faudrait-il utiliser pour annuler l'erreur statique d'ordre 2 du processus initial?

18) Traduire le cahier des charges en un système en boucle fermée $F_{ref}(p) = \frac{T_{ref}(p)}{1+T_{ref}(p)}$. Ce système en boucle fermée est équivalent à un système d'ordre 1. La fonction de transfert $T_{ref}(p)$ est égale au produit $K(p)T(p)$ où $T(p)$ représente la fonction de transfert initiale en boucle ouverte du système et $K(p)$ la fonction de transfert du correcteur.

19) A partir des expressions de $F_{ref}(p)$ et $T(p)$, en déduire l'expression de la fonction de transfert du correcteur $K(p)$.

20) Mettre cette fonction de transfert sous la forme de produit de fonctions usuelles (1er ou 2ème ordre). Quel est le nom de cette technique de correction?