

Examen de Mathématiques
29 novembre 2010

H. Toussaint

Durée : 1h30. Le sujet est à rendre avec la copie.

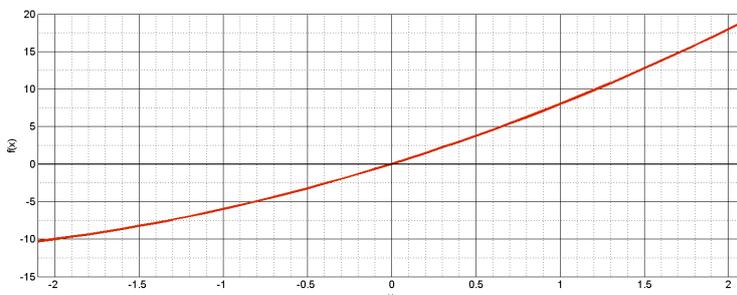
La note tiendra compte de la rédaction et de la présentation. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Donner l'interprétation géométrique de la dérivée. Illustrer par un dessin.

Exercice 2

Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. A l'aide de la figure, donner une estimation de $\int_{-2}^1 f(x)dx$.



Exercice 3

Soit u une fonction dérivable sur \mathbb{R} .

- 1) Sur quel ensemble est dérivable la fonction $f(x) = e^{u(x)}$? Donner sa dérivée.
- 2) A l'aide de la question 1, trouver une solution à l'équation différentielle $f'(x) = \frac{1}{x}f(x)$. Sur quel ensemble cette solution est-elle définie ?

Exercice 4

Donner les limites en $+\infty$ des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 5}{10x + 2}$
- 2) $f(x) = \frac{|x| + 3}{x}$
- 3) $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x$

Exercice 5

Préciser sur quel ensemble les fonctions suivantes sont dérivables et donner leur dérivée :

- 1) $f(x) = 3e^x + 5\sqrt{x}$
- 2) $f(x) = \frac{2x^2 - 4x - 1}{x^2 + 1}$
- 3) $f(x) = x^2\sqrt{2x + 5}$

4) $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 10) \times (x^3 + 5x^2)$

5) $f(x) = \cos(e^x)$

6) $f(x) = \tan(x^2 + 2)$

7) $f(x) = (x^2 + \sin(3x))^3$

Exercice 6

Soit la fonction $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 4x - 2$. En quel(s) point(s) la courbe représentative de f admet-elle une tangente horizontale ?

Exercice 7

On s'intéresse à la fonction f suivante définie sur \mathbb{R}^+ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\ln(1+x)} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

La fonction f est-elle C^1 sur \mathbb{R}^+ ?