Examen de Mathématiques

ISIMA 1ère année

2013

Réponse :

Durée 2h : Documents de cours autorisés et calculatrices non autorisées.

Exercice 1 Calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{\Pi} \sin^2(x)\, dx$$

$\frac{\pi}{2}$.

Exercice 2 Exprimer $cos(4x)$ en fonction de $cos(x)$ et $sin(x)$ uniquement. *Indice : il est possible de passer par la formule de Moivre.*

Exercice 3 Calculer la limite de la suite $(a_n)_{n \geq 1}$ définie par :

$$a_n = \frac{\ln(n + 3\ln(n))}{\ln(n + \ln(n))}$$

$\underline{1}$

Exercice 4 Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+7}{\sqrt{2x^2\text{-}3}}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ou $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{2x} + 6x + 3}{e^x + e^{-x}}$ $+\infty$
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{3+x}+1}{\sqrt[4]{x+7}}$ $+\infty$

Exercice 5 Montrer que la fonction définie par $f(x) = xe^{-x}$ est une bijection de $\mathbb{R}^-$dans $\mathbb{R}^-$.

Exercice 6 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left|x - 2\left\lfloor \frac{x+1}{2} \right\rfloor\right|$.

1. Etudier la continuité de f.
2. Représenter graphiquement f sur $[-2, 2]$.
3. Montrer que f est paire et de période 2.